

## Fractal Dimension Calculation for the General Shapes of Geographical Maps and Closed Curves

Rayan Yousif Alkhatat  
rayan@uomosul.edu.iq

Basil Younis Thanoon  
basilyt@uomosul.edu.iq

College of computer sciences and mathematics  
University of Mosul, Iraq

Received on: 10/03/2004

Accepted on: 05/04/2005

### ABSTRACT

This research includes building a software to calculate the Fractal Dimension of the general shapes of the borders of geographical maps as well as closed curves. Two methods are adopted for calculating fractal dimension: the first is the well-known Box Counting method and the second is Two-dimension Variation method, some treatments of the two methods are performed in order to qualify them for practical application and fitness for the use in digital images which are used for the representation of borders of maps and closed curves. Matlab 6.5 programming language was used for the implementation of this work, the map of the republic of Iraq was used as a case study for the given work.

**Keywords:** Fractal Geometry, Fractal Dimension, Geographical Maps.

حساب البعد الكسوري للهيئات العامة لحدود الخرائط الجغرافية والمنحنيات المغلقة

باسل يونس الخياط

ريان يوسف الخياط

كلية علوم الحاسبات والرياضيات  
جامعة الموصل

تاريخ قبول البحث: 2005/04/05

تاريخ استلام البحث: 2004/03/10

### المخلص

يتضمن هذا البحث بناء نظام برمجي لحساب البعد الكسوري للهيئات العامة لحدود الخرائط الجغرافية فضلاً عن المنحنيات المغلقة. هناك طريقتين لحساب البعد الكسوري: الأولى وهي الطريقة المعروفة بطريقة عد الصناديق والثانية طريقة تغيير البعد. لقد تم إجراء بعض

المعالجات للطريقتين لغرض تأهيلهما للتطبيق العملي وملاءمتها للاستخدام على الصور الرقمية المستخدمة لتمثيل حدود الخرائط والمنحنيات المغلقة . فضلاً عن ذلك فقد تمت الاستفادة من التقطيع الكسوري لغرض حساب طول الحدود للخرائط مقاساً بالكيلومتر وكذلك للمنحنيات المغلقة مقاساً بالسنتيمتر. لقد استخدمت لغة البرمجة الخاصة بتطبيق Matlab 6.5 لبرمجة النظام تحت بيئة تطوير واجهة المستخدم الرسومية واعتبرت خارطة جمهورية العراق لحالة دراسية ضمن الحالات التي أخذها النظام المعد.

**الكلمات المفتاحية:** الهندسة الكسورية, البعد الكسوري, الخرائط الجغرافية.

## 1. المقدمة:

أن الخريطة الجغرافية هي لغة عالمية وظيفتها حفظ التراث الجغرافي ونقله وتعد وسيلة إيضاح ضرورية . و من المعلوم بان حدود الخرائط الجغرافية هي الأساس المعتمد لأجل تحديد المساحة التي تشغلها الرقعة الجغرافية للبلد المعني من سطح الأرض , ومن خلال القوانين التقليدية يمكن حساب المساحة وطول الحدود لتلك الخرائط تقريبا من خلال مقياس رسم معين كما يفعل ذلك علماء المساحة و المختصون بالجغرافية .

لقد كان ,حتى وقت قريب تعتمد التخمينات والحسابات المقترنة بالحدس في إيجاد الشكل التقريبي للهيئة التي يعتمد عليها في رسم الخارطة الجغرافية لرقعة ما على سطح الكرة الأرضية . ومع بداية الثورة في عالم الاتصالات في منتصف القرن الماضي ,وقيام الإنسان بإرسال المركبات الفضائية إلى خارج المجال الجوي للكرة الأرضية وتزامن ذلك مع البداية الفعلية لعصر الحاسبة الإلكترونية وإطلاق الأقمار الاصطناعية التي تحمل آلات التصوير التي أعطت صوراً ذات دقة عالية لسطح الكرة الأرضية وما يحويه من معلومات تفصل تضاريس تلك الرقعة من المساحات الصحراوية , المناطق الزراعية , تدرجات الحرارة الخ من التفاصيل الدقيقة , تمكن علماء الجغرافية ضمن مجال التحسس النائي من الحصول على صور دقيقة مدعومة بالحاسب الآلي يشار إليها باسم الصور الرقمية مكنتهم من وضع الخرائط الصحيحة لدول العالم قاطبةً وبجهد وكلفة اقل مما في الطرائق التقليدية.

يتضمن موضوع البحث استخدام بعض أساليب الهندسة الكسورية لغرض حساب البعد الكسوري للهيئة العامة للخارطة الجغرافية (أي الهيئة المميزة للخارطة) الخاصة بالبلد المعني , وتم إجراء العمليات لأجل حساب البعد الكسوري للخرائط على صور رقمية لحدود خرائط معينة لمجموعة من الدول العربية , ضمن النوع الثالث من الصور الرقمية , ويتدرجات لونية محدودة بـ 256 لوناً

فقط , ضمن صيغة الخزن لمفات (BMP), وذلك لكي تكون الحسابات دقيقة للبيانات المأخوذة من الخرائط الجغرافية , فضلاً عن إمكانية إجراء العمليات لحساب البعد الكسوري للصور الرقمية للمنحنيات غير المنتظمة المغلقة , وإمكانية حساب طول الحدود سواءً للخارطة أو المنحني غير منتظم المغلق .

## 2. الهندسة الكسورية Fractal Geometry :

ان الهندسة الكسورية او (هندسة الكسوريات) هي منطلق جديد في إطار الهندسة العامة اقترحها واعتمد عليها من قبل عالم الرياضيات البولندي الولادة الفرنسي الجنسية بينوت ماندلبروت B.B. Mandelbrot في مطلع السبعينات من القرن الماضي اظهر من خلالها أن كل جسم أو شكل في الطبيعة, الذي يعد غير منتظم من وجهة نظر الهندسة التقليدية, هو جسم أو شكل منتظم يحمل صفة التشابه الذاتي Self Similarity , أي انه يتضمن صفة تشابه اصغر جزء من أجزائه ( إذا قسم ذلك الجسم او الشكل إلى أجزاء صغيرة متعددة ) مع الهيئة العامة لتلك الأجزاء وان له بعدا يقاس من خلال ذلك وهو البعد الكسوري Fractal Dimension , ويمثل بشكل عدد حقيقي ,ويعد البعد الكسوري ناتجا رياضيا لعمليات إحصائية على معلومات تؤخذ من إحدائيات الهيئة للشكل او الجسم, وبصورة أوضح فان البعد الكسوري هو مجرد عدد حقيقي موجب يتضمن قياسا هندسياً لصفة التعقيد للشكل الهندسي غير المنتظم [5].

ولكون الخرائط الجغرافية هي أشكال شاذة غير منتظمة (منحني مغلق غير منتظم ) وليس لها أبعاد معينة ونتيجة لارتباط ذلك مع موضوع الهندسة الكسورية فقد تبنى هذا البحث استخدام مبدأ حساب البعد الكسوري لقياس بعد الخريطة الجغرافية لبلدان عدة فضلاً عن طول الحدود لتلك البلدان .

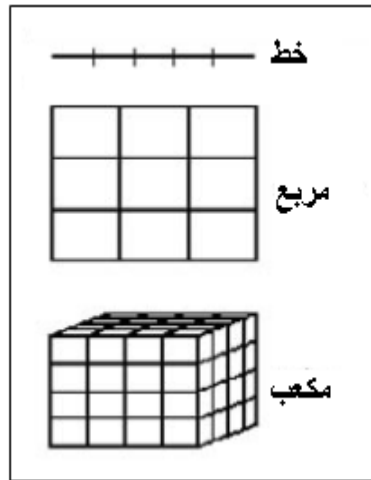
على مدى مائتي عام مضت كانت نظريات المنحنيات والسطوح تتطور في إطار البعدين والثلاثة الأبعاد فأكثر , إن هكذا أشكال تمتلك في الغالب هياكل خارجية معقدة , وإذا نظرنا إليها في مقاييس صغيرة سوف تظهر كخطوط مستقيمة أو مستويات .إن القاعدة المستخدمة للتعامل مع هكذا كيانات هو (الهندسة التفاضلية ) [4], التي تعد من المواضيع الممتعة والمطورة في الرياضيات.

على الجانب الآخر فان الأشكال الطبيعية كالسواحل , الجبال , الأشجار , الأوراق , الريشات , الأزهار, الغيوم , والعديد من الأشكال الأخرى المشابهة, ليس من السهل وصفها بالقاعدة السابقة , ومع ذلك , فان تلك الأشكال عادة تمتلك ثبوتية التبسيط تحت تغيرات التكبير , وقد

وصف هذه الأشكال العلماء حديثا لان هذا العلم هو فرع جديد من الرياضيات , له القدرة على وصف هكذا أشكال وتطويرها . [6].

اقترح ماندلبروت وجود عناصر هندسية سماها بالكسوريات FRACTALS إلى جانب هندسة الطبيعة , وهكذا ربط كلمة الكسوريات في كتابه "هندسة الكسوريات للطبيعة" [3] . إن الابتكار الكسوري الذي اكتشفه ماندلبروت هو شيء مضاد للملاسة (Smoothness) فعلى الرغم من أن الكيان الأملس لا يقدم أية تفاصيل أخرى في مقاييس صغيرة نجد أن الهندسة الكسورية تقدم تفاصيل غير منتهية في جميع المقاييس بدون الاهتمام الى كيف يكون مقدار الصغر أو الكبر .

إن الكيان يمثل دائما كسلسة او مقطع من السلسلة, من النقاط , إذا أخذنا خطا ذا طول  $L$  وقسمناه الى عدد من القطع  $N$  سوف يكون طول كل قطعة هو  $\ell=L/N$  , كل قطعة تكون مشابهة للأصلية , ماعدا ان نسبة المقياس هي  $(r=1/N)$  من المقياس الأصلي وكذلك , الكيانات ثنائية الأبعاد , كالمساحة المربعة او السطح , ممكن ان تقسم الى  $N$  من الأجزاء المتماثلة للكيان نفسه, ويخفض مقياسها الى العامل  $(r=1/\sqrt{N})$ , أما الكيان ذو الثلاثة أبعاد كالمكعب الممتلئ فيمكن تقسيمه الى  $N$  من المكعبات الصغيرة التي يخفض مقياسها بالنسبة  $(r=1/\sqrt[3]{N})$ , كما يوضح الشكل (1) [5].



الشكل (1) صيغ التقطيع للكيانات

من خلال التشابه الذاتي فان التعميم الى البعد الكسوري يكون قد اصبح واضحا فان الكيان ذا التشابه الذاتي self-similar ذا البعد  $D$  يمكن ان يقسم الى  $N$  من النسخ المصغرة لذاته وكل نسخة مخفضة المقياس بنسبة العامل " $r$ " حيث :

$$r = \frac{1}{\sqrt[D]{N}} \quad (1)$$

و

$$N = \frac{1}{r^D} \quad (2)$$

على العكس مما سبق , إذا أعطي كيان ذو صفة تشابه ذاتي مؤلف من  $N$  من الأجزاء بالنسبة  $r$  من الكل , فان بعد التشابه الذاتي له أو الكسوري يحسب من خلال :

$$D = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{r}\right)}, \quad (3)$$

إن البعد الكسوري , يختلف عن الأبعاد الاقليدية الظاهرية المألوفة , ذلك لكونه لا يحتاج لان يكون عددا صحيحا إن البعد الكسوري يعرف كقيمة محصلة ( بُعد Dimension ) بعيدة الاعتماد عن المقياس الذي يغطيها , مع ذلك فان البعد يتأثر في التطبيق اعتماداً على العينة المأخوذة حتى وان كانت جزئية من الظاهرة او الكيان , وعلى مقياسها المعتمد . تم التحقق من ذلك في إطار عمل منشور ضمن أعمال المرئيات الحاسوبية والصور الرقمية الموسوم " تحليل الصورة باستخدام البعد الكسوري " افترض ان البعد الكسوري محسوب ومستقل عن المقاييس , متجاهلا التجارب التطبيقية [7] .

إذا كانت  $S$  تمثل مجموعة جزئية محدودة Bounded subset في  $R^n$  وكانت  $N(r)$  تمثل عدد الصناديق نوات البعد  $n$  وطول الضلع  $r$  اللازمة لتغطية  $S$  كلياً , فان السعة capacity للمجموعة  $S$  , أو "بعدها الهاوسدروفي Hausdroff Dimension " يرمز لها بـ  $d_H(S)$  وتعرف كما يأتي :

$$d_H(S) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log[N(r)]}{\log(1/r)}. \quad (4)$$

ومن المعروف أيضا بان سعة المجموعة تكون مساوية لبعدها الكسوري [1] , بعبارة اخرى فان المجموعة  $S$  يكون لها بعد كسوري  $d_H(S)$  عندما يتم تغطيتها كلياً بعدد  $N(r)$  من الصناديق كل منها ذات طول ضلع  $r$  , إذ أن  $r$  هو عدد حقيقي موجب وصغير جداً وان [2] :

$$N(r) = k(1/r) \quad (5)$$

إذ أن  $k$  هو كمية ثابتة . وبأخذ  $\log$  للطرفين نجد ان :

$$\text{Log}[N(r)] = d_H(S) \log(k) + d_H(S) \log(1/r) \quad (6)$$

فمن الواضح أن البعد الكسوري  $d_H(S)$  يمثل ميل المستقيم في معادلة المتغير  $\text{Log}[N(r)]$  على  $\log(1/r)$  . وباستخدام الأساليب الإحصائية الكلاسيكية يمكن ملاءمة معادلة الانحدار بين قيم  $\text{Log}(1/r)$  و  $\text{Log}(N(r))$  . وباعتبار ان  $\log[N(r)]$  يمثل المتغير المعتمد "Dependent Variable" و  $\log(1/r)$  يمثل المتغير المستقل "Independent Variable"

فان معادلة الانحدار الخطية يمكن ملاءمتها ولها الشكل العام الآتي عند كل تغير لقيمة  $(r)$  :

$$\log[N(r)] = a + b \log(1/r) \quad (7)$$

ولما كان  $b$  يمثل ميل هذه المعادلة وبمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة (17.2) فمن الواضح أن  $b$  يمثل القيمة التقديرية للبعد الكسوري , وحسب المعادلة التالية :

$$b = \frac{\log[N(r)] - a}{\log(1/r)} \quad (8)$$

وان  $a$  هي كمية ثابتة .

ومن الطرائق الشائعة لحساب البعد الكسوري هي طريقة عد الصناديق إذ تستخدم هذه الطريقة لحساب البعد الكسوري للصور فضلاً عن المنحنيات [8] , وتتم بوضع شبكة من المربعات (بطول جانبي  $r$ ) على الشكل أو الصورة (في حالة الصور الرقمية فان  $r$  تمثل عدداً من النقاط الصورية Pixels), ثم حساب عدد المربعات  $(N)$  التي تضم الشكل الذي يراد حساب بعده الكسوري, ثم نكرر العملية بقيم مختلفة من معامل التصغير لقيمة  $r$  , بعدها نحسب البعد الكسوري من خلال قيمة الانحدار الخطي لميل المستقيم من القيم  $\text{Log } N(r)$  مع  $\text{Log } r^{-1}$  حسب الخوارزمية الآتية :

### 3. الخوارزمية (1) خوارزمية حساب البعد الكسوري - طريقة عد الصناديق:

1. قراءة محتويات الصورة في مصفوفة ثنائية ولتكن IM .
2. تعديل أبعاد المصفوفة بحيث تكون مربعة  $IM[N*N]$  و قيمة  $N=2^m$  بحيث ان  $m$  عدد صحيح .
3. إنشاء التكرار في المتغير  $p$  وليكن  $p=0$  .
4. افترض طول الضلع يساوي طول البعد الواحد للمصفوفة  $r=1$  .
5. قسم الصورة في إطار المصفوفة IM إلى مربعات عددها  $r*r$  طول ضلع كل مربع  $r=r$  .

6. احسب كم مربعاً يحوي بالأقل جزءاً من الصورة  $N_s(p)=N(r)$  و  $R(p)=r$ .
7. احسب قيمة اللوغاريتم  $A(p)=\log(N_s(p))$  وقيمة اللوغاريتم  $B(p)=\log(R(p))$ .
8. مادامت قيمة  $r$  اكبر من نقطتين صورتين 2-pixels, اجعل القيمة الجديدة  $r=r/2$ , اذهب إلى الخطوة 5.
9. احسب ميل الانحدار الخطي لقيم المتجهين  $\log(R)$  و  $\log(N_s)$  في المقدار  $\text{regslp}$  حسب المعادلتين :

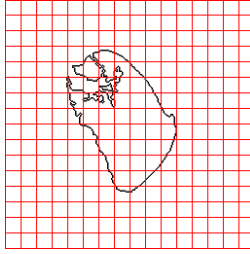
$$C=\text{Covariance}(A,B) \quad (9)$$

$$\text{regslp}=C(1,2)/C(1,1) \quad (10)$$

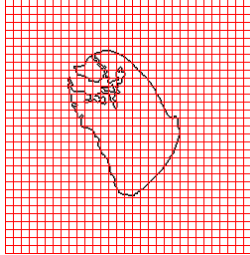
10. البعد الكسوري يساوي المقدار  $\text{regslp}$ .

يمثل الشكل (2) التكرارات الثلاثة الأخيرة لحساب البعد الكسوري لساحل جزيرة بوبيان باستخدام

طريقة عد الصناديق



$N=35$   
 $r=21.5 \text{ km}$



$N=79$   
 $r=10.25 \text{ km}$



$N=153$   
 $r=5.125 \text{ km}$

الشكل (2) التكرارات الثلاثة الأخيرة لحساب البعد الكسوري لساحل جزيرة بوبيان

باستخدام طريقة عد الصناديق، مقياس الرسم 1ملم = 5.25 كم



الشكل (3) يمثل الشكل الرسم البياني بين  $r$  و  $N(r)$

والخط في الشكل (3) يناظر العلاقة في المعادلة (8), إذ إن البعد الكسوري لمنحنى الشريط الساحلي هو "1.18028" ويمكن حساب طول الشريط الساحلي من العلاقة:

$$N(r)=const.r^{1-DB} \quad (11)$$

حيث أن:

$$\begin{aligned} L(r) &= N(r).r \\ &= 712.r^{-1.17028}.r \\ &= 712.r^{-1.17028} \\ &= const.r^{1-DB} \end{aligned}$$

وبهذا يكون طول الشريط الساحلي تقريبا (562.807) كم, و ان 712 تمثل عدد الصناديق الحاوية للشكل , و من الممكن مباشرة الحصول على طول الشريط الساحلي بحساب عدد الصناديق الحاوية للشكل وضربه بالطول الفعلي لضلع المربع ضمن اخر تكرار [8].  
كما وتستخدم طريقة تغيير البعدين 2D Variation Algorithm لحساب البعد الكسوري وحسب الخوارزمية الآتية :

#### 4. الخوارزمية (2) خوارزمية حساب البعد الكسوري - طريقة تغيير البعدين:

1. قراءة محتويات الصورة في مصفوفة ثنائية ولتكن  $IM$ .
2. تعديل أبعاد المصفوفة بحيث تكون مربعة  $IM[N*N]$  و قيمة  $N=2^m$  بحيث ان  $m$  هو عدد صحيح.
3. حساب نقطة مركز الصورة.
4. افتراض قسم المركز للصورة بمربع أبعاده  $2 \times 2$  نقطة.
5. إنشاء التكرار  $p$  ابتدائيا بقيمة 0 , والمتغير  $r$  ابتدائيا بقيمة 2.



6. افتراض مربع SQ طول ضلعه  $r$  من الأقسام المربعة طول ضلع كل مربع نقطتان , يكون للمركز مربع طول ضلعه نقطتان وزاويته السفلى اليمنى هي مركز الصورة.
7. يحسب عدد الأقسام التي تحتوي على الأقل نقطة واحدة من الشكل ضمن المربع SQ في  $N(r)$
8. حساب  $(1/r)$  و  $N(r)$  للتكرار الحالي في المتجهين A و B على التوالي.
9. جعل المربع SQ أكبر بزيادة  $r$  بمقدار قسمين لكل بعد .
10. زيادة التكرار  $p$  بمقدار 1.
11. تكرار الخطوات من 3 إلى 10 حتى يغطي المربع SQ الصورة كاملة في اطار المصفوفة .IM

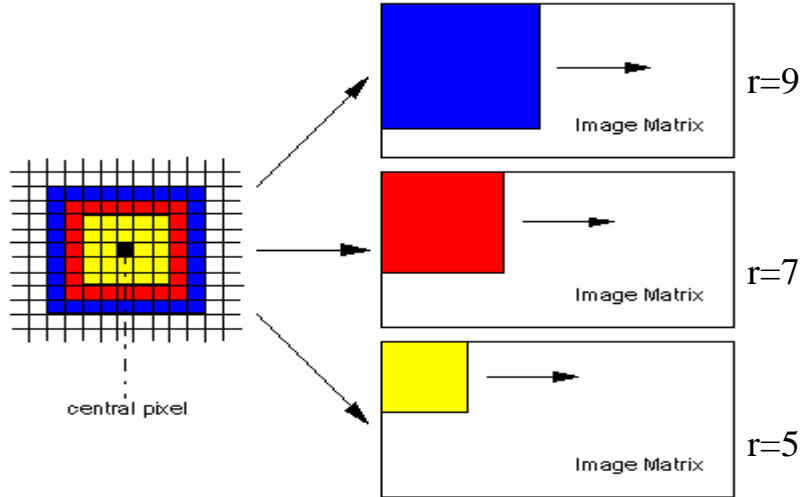
12. حساب  $S$  ميل الخط المستقيم لقيم لوغاريتم الوسط الحسابي ل  $A$  مقسوما على لوغاريتم الوسط الحسابي ل  $B$

وحساب "D" الذي يمثل البعد الكسوري و حسب المعادلتين:

$$S = \log(A(p)/p) / \log(B(p)/p) \quad (12)$$

$$D = 2 - S \quad (13)$$

تصلح هذه الخوارزمية لحساب البعد الكسوري لبيئة النقاط الصورية [8], لمختلف القياسات (Scales) من  $r$ , حيث أن  $r$  هو عدد النقاط الجانبية للبعد المستخدم, كما في الشكل (4) حيث  $(r=5, r=7 \text{ and } r=9)$ :



الشكل (4) تمثيل خوارزمية تغيير البعدين

ثم حساب "S" ميل المستقيم لقيم  $\log N(r)$  و  $\log(r)$  ثم استخراج البعد الكسوري من المعادلة :

D=2-S

فضلاً عن حساب البعد ألكسوري لصور الخرائط والمنحنيات , يوفر برنامج البعد الكسوري إمكانية حساب طول الحدود (Borders length) للخرائط والمنحنيات كل حسب مواصفاته , بحيث يضاف إلى الخرائط مقياس الرسم , ويكفي المنحنيات ان تمثيلها الصوري هو من دون تكبير , هذا وان طول الحدود بالنسبة إلى الخرائط هو تقريبي وذلك لاعتماد ذلك على مقدار التصغير في مقياس الرسم إذ كلما كبر مقياس الخارطة كثرت التفاصيل لها وكما ذكرنا في الفصل الثاني , أما بالنسبة إلى المنحنيات المغلقة فان طول الحدود لها يكون مضبوطاً لأنها تستخدم مع معامل تكبير وليس معامل التصغير كما هو الحال لمقياس الرسم للخرائط الجغرافية و أدناه الخوارزمية :

5. الخوارزمية (3) خوارزمية حساب طول الحدود للخرائط والمنحنيات المغلقة من صورها الرقمية:

1. حساب البعد ألكسوري حسب الخوارزمية (1) أو الخوارزمية (2) .

2. ضمن آخر تكرار في الحساب لقيم  $N(r)$  , ضع قيم  $r$  و  $N(r)$  النهائية في نظر الاهتمام .

3. احسب طول الحدود من المعادلة :

$$\text{Length} = (N(r) \cdot r) / (38) \quad (15)$$

إن 38 هو عدد ثابت يمثل عدد نقاط خط مستقيم طوله سنتيمتر واحد.

4. إذا كان الاختيار لخارطة فان الناتج لطول الحدود النهائي يكون حسب المعادلة:

$$\text{MapBorderLength} = \text{Length} * 1 / \text{Scale} \quad (16)$$

بحيث أن Scale هو مقياس الرسم لما يمثل من كيلومترات لكل سنتيمتر .

5. إذا كان الاختيار لحساب طول منحنى مغلق فان طول حدوده هو :

$$\text{CurveBorderLength} = \text{Length} * \text{EnlargeScale} \quad (17)$$

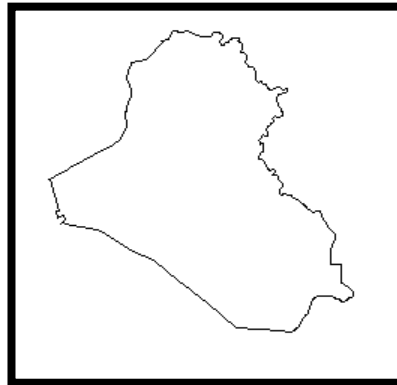
بحيث أن EnlargeScale هو معامل التكبير للمنحنى .

ملاحظة: في 4 الناتج يكون مقاسا بالكيلومتر , وفي 5 الناتج يكون مقاسا بالسنتيمتر .

6. النتائج:

المثال (1): حساب البعد ألكسوري لهيئة حدود خارطة العراق بمقياس رسم 1سم = 200 كم

للصورة داخل الشكل (5) بطريقة عد الصناديق المعدلة :

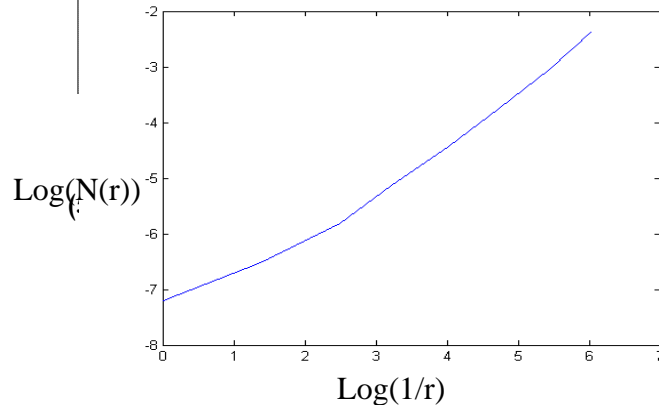
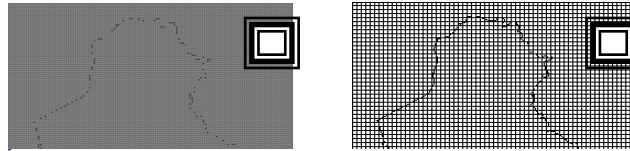
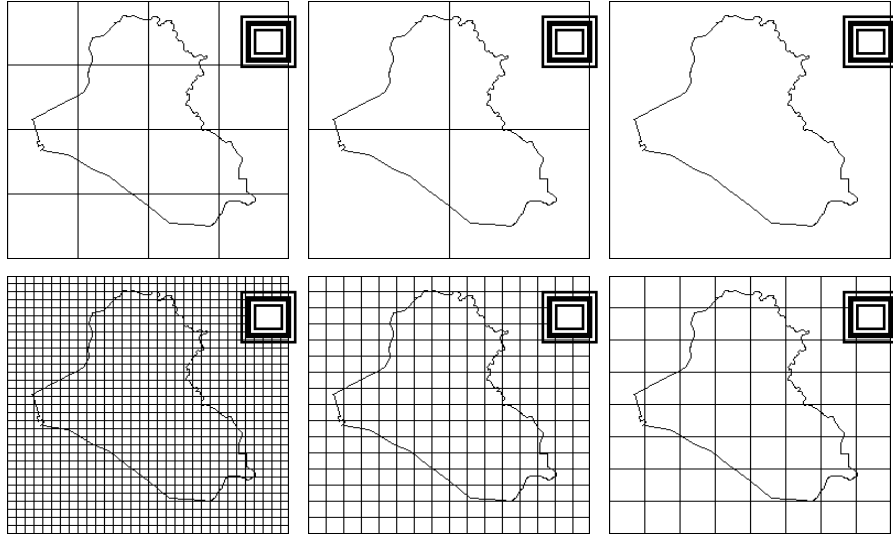


الشكل (5) صورة هيئة حدود خارطة العراق بمقياس رسم 1سم

الجدول (1) تفاصيل التقطيع وحساب البعد الكسوري للصورة المبينة في الشكل (5)

Log(N(r))	Log(1/r)	عدد الصناديق N(r) التي تضم جزءاً من الخارطة	طول الضلع r			معامل التصغير m=1-p	التكرار p
			الطول الفعلي بالنقاط	بالنسبة إلى 2 <sup>m</sup>	النسبة إلى الطول الابتدائي		
0	-7.205909	1	256	2 <sup>0</sup>	1	0	1
1.386294	-6.512761	4	128	2 <sup>-1</sup>	0.5	-1	2
2.484907	-5.819614	12	64	2 <sup>-2</sup>	0.25	-2	3
3.218876	-5.126467	25	32	2 <sup>-3</sup>	0.125	-3	4
4.025352	-4.433320	56	16	2 <sup>-4</sup>	0.0625	-4	5
4.727388	-3.740173	113	8	2 <sup>-5</sup>	0.03125	-5	6
5.446737	-3.047026	232	4	2 <sup>-6</sup>	0.015625	-6	7
6.037871	-2.353878	418	2	2 <sup>-7</sup>	0.0078125	-7	8

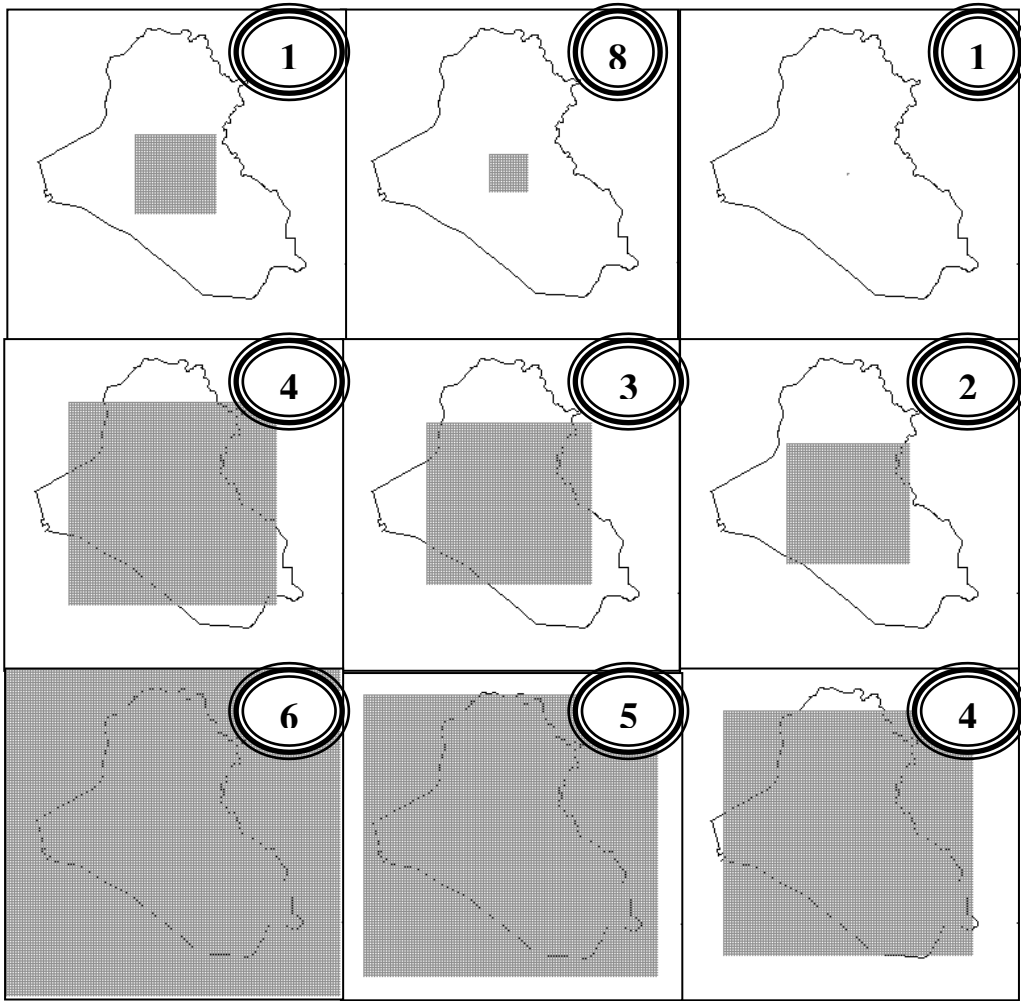
الشكل (6) يوضح العلاقة بين قيم Log(N(r)) و Log(1/r) , وبعد اجراء عملية حساب ميل الانحدار الخطي لقيم Log(1/r) و Log(N(r)) حسب المعادلة (10) وبتطبيق الخوارزمية (1) ينتج البعد الكسوري الذي يساوي 1.18428 , وبتطبيق الخوارزمية (3) تم ايجاد الطول الممهد (قليل التعرجات) لحدود العراق من الخارطة ووجد بانه يساوي "4410.5263" كيلومتراً تقريباً , وهذه النتيجة مقارنة لطول حدود جمهورية العراق المعروفة لدى الجغرافيين والتي تساوي "4443" كيلومتراً . أما إذا اعتبرنا ان الخارطة هي منحنى مغلق , وطبقنا الخوارزمية (3) فنجد أن طول المنحنى يساوي "22.526" سنتيمتر وهو ما يمثل طول المنحنى المغلق ضمن المقياس المستخدم لتمثيل الخارطة ضمن الصورة الرقمية, والنتائج أعلاه تم استخراجها بعد ثمانية تكرارات للخوارزمية (1) , في الشكل (7) صور مصغرة لمراحل التقطيع الصندوقي الذي اجري حسب الخوارزمية (1) و حسب التكرار p.



الشكل (6) العلاقة بين  $\text{Log}(1/r)$  و  $\text{Log}(N(r))$  للمثال (1)

وقد كانت الصور المستخدمة في هذا المثال صورة رقمية من صيغة BMP التي تم تعديل أبعادها إلى 256x256 نقطة. لتتلاءم مع حسابات الخوارزمية .

وبعد تطبيق الخوارزمية (2) ينتج البعد الكسوري الذي يساوي "1.25952" وتطبيق الخوارزمية (3) وحسب العمليات التي أجريت في المثال (1) فان طول حدود العراق يساوي "4400" كيلومتراً تقريباً وإذا اعتبرنا الخارطة منحنى مغلقاً فيكون طول المنحني الذي يمثلها يساوي "22" سنتيمتراً، ويمكن الملاحظة أن هذه النتائج تكون في توافق مقبول مع النتائج التي تم الحصول عليها من الطريقة السابقة في المثال (1) الشكل (8) يمثل صوراً مصغرة لأبعاد المربع المركزي الذي اعتمد فضلاً عن المربعات الصغيرة التي يحويها، ضمن التكرارات 64,56,48,40,32,24,16,8,1 على التوالي وذلك لان التكرارات كانت 64 وهي كثيرة جداً.



الشكل (8) صور مصغرة توضح أبعاد المربع المركزي الذي اعتمد فضلاً عن المربعات الصغيرة التي يحويها، ضمن التكرارات 64,56,48,40,32,24,16,8,1 للمثال (2)

## 7. الاستنتاجات والتوصيات:

1. ان طريقة عد الصناديق أعطت نتائج أدق في الحساب وسرعة أعلى في التنفيذ مقارنةً بطريقة تغيير البعدين .
2. تمت ملاحظة فرق في البعد الكسوري بين الطريقة الأولى والطريقة الثانية بواقع 6% , وهو فرق مقبول من الناحية العملية.
3. في حالة مضاعفة مقياس الرسم للخرائط تتولد لنا زيادة في البعد الكسوري بمقدار 3%.
4. قيمة البعد الكسوري الكسوريات المحددة ثابتة وغير قابلة للتغير على تعدد المقاييس, على العكس فان الكسوريات غير المحددة لا يكون البعد الكسوري لها ثابتاً.
5. تمكين البرنامج من معالجة مشكلة مقياس الرسم.
6. استخدام البرنامج لحساب مساحات الدول.
7. رفع إمكانية البرنامج للتعامل مع الأشكال ثلاثية الأبعاد بأخذ خرائط الدول تبعاً للسطح "Surface"، وحساب البعد الكسوري لهيئة معالم وحدود سطح الدولة.
8. كان التطبيق البرمجي سهل التعامل مع المستخدم (Friendly user interface), لكن كون أنواع الملفات التي تعامل معها التطبيق محددة, يوصى بتمكين البرنامج من التعامل مع عدة أنواع من الملفات الصورية.
9. استخدام البعد الكسوري عنصر تمييز لمدى انتشار شكل أو هيئة في بيئة ما.
10. رفع الأداء البرمجي باستخدام البرمجة بلغات تمكن من إنشاء تطبيق قائم بحد ذاته وغير معتمد على تحميل مترجم اللغة البرمجية في الحاسبة.

المصادر

- (1) العبيدي ,انعام هادي عبد "دراسة عن الكسوريات وتطبيق هينون مع حالة دراسية في علم البيئة " ,كلية علوم الحاسبات والرياضيات , جامعة الموصل 2002 .
- [2] Alligood,K.T,Sauer,T.D and Yourk,J.A."**Chaos : An Introduction to Dynamical Systems** ",*Verlag New York Inc* 1997.
- [3] B.B. Mandelbrote "**The Fractal Geometry of Nature** " *W.H FREEMAN Co. ,New York* 1982 .
- [4] K.Falconer "**Fractal Geometry :Mathematical Foundation and application,** " *John Wisly & Sons ltd* ,1990 .
- [5] M.F.Barnesly ,B.B.Mandelbrot , R.L.Devaney , H.Peitgen , D.Saup , R.F. Voss , Y.Fisher and M.M Mecuire " **The Science of Fractal Images**", *Spriger Verlag ,New York*, 1988.
- [6] S.Herrington "**Computer Graphics : A Programming Approach**" *2<sup>nd</sup> ed.* 1987
- [7] K.C. Clarke "**Computation of topographic surfaces using the triangular prism surface area method** " , *Computers and Geosciences* ,Vol 2 ,No 5 ,1986 ,P713-722.
- [8] Roland Kraft , Josef Kauer "**Estimating the fractal dimension from digitized images**" *Munch university of Technology –Weihenstephan Department of Agricultural and Horticultural Sciences Mathematics , Statistics and data Processing institute D-85350 Freising / Germany* 1995.