Building a Multi-Period Probability Dynamic Inventory Model with Application

Ahmed Mahmood Al-Sebawi

Noor Abdul Aziz Hussein

College of Computer Science and Mathematics
University of Mosul, Mosul, Iraq

Received on: 17/09/2012

Accepted on: 30/01/2013

ABSTRACT

In this paper addresses the multi-period single-item inventory problem with stochastic demands. In which the demand in each period is known but it varies from time to time for N replenishment periods.

The main idea is to calculate expected the total minimum cost and the optimal quantity and the optimal replenishment periods using probabilistic dynamic programming.

The results showed the optimal replenishment are (1, 10, 28), optimal quantity is (34974) and the expected total minimum cost is (883.487).

Keywords: Dynamic inventory problem, Multi-periods, Probabilistic Dynamic Programming.

بناء أنموذج خزين حركي احتمالي متعدد الفترات مع التطبيق

نور عبد العزيز حسين

أحمد محمود السبعاري

كلية علوم الحاسوب والرياضيات
جامعة الموصل، الموصل، العراق

تاريخ قبول البحث: 2013/01/30

تاريخ استلام البحث: 2012/09/17

الملخص

في هذا البحث تم تحليل أنموذج خزين حركي احتمالي متعدد الفترات (Multi-periods) لعنصر وحيد (Single-item) لـ N من الفترات الزمنية، إذ يتم مراجعة الخزين بشكل دوري (Periodic Review) إذ يكون الطلب حركياً أي متغيراً من فترة إلى أخرى واحتمالياً بدالة كثافة احتمالية معلومة.

وأن الهدف الأساس للبحث هو حساب الكلفة الكلية الصغرى المتوقعة للفترات قيد الدراسة وحساب حجم الطلبية الأمثل وتحديد فترات التعويض المثالية، والمعالجة التحليلية للأنموذج تمت باستخدام أسلوب البرمجة الحركية الاحتمالية (Probabilistic Dynamic Programming).

وأظهرت النتائج بأن فترات التعويض المثالية هي (1، 10، 28)، وأن حجم الطلبية الأمثل هو (34974) والكلفة الكلية المتوقعة عند حدها الأدنى هي (883.487).

الكلمات المفتاحية: مسألة خزين حركي، فترات متعددة، برمجة حركية احتمالية.

1- مقدمة:

مرت نظرية الخزين Inventory theory بمراحل مختلفة منذ نشأتها في عام 1920 فكانت النماذج في البداية بسيطة جداً استخدمت عدداً محدوداً من المتغيرات للإحاطة بالعوامل الرئيسة. وبإضافة المزيد من المتغيرات لاحقاً، ازدادت هذه النماذج تعقيداً، ومع ذلك فقد بقيت تهمل أثر الاحتمالية والتغيرات. وبالتدرج ظهرت النماذج الاحتمالية في الخمسينات لاستيعاب التأثير الناجم عن الطلبات Demands وفترات التوريد Lead times غير القابلة للتنبؤ.

وتصنف نماذج الخزين حسب طبيعة الطلب إلى نماذج خزين محددة ونماذج خزين احتمالية إذ تم في هذا البحث دراسة الحالة التي يكون فيها الطلب متغيراً (Dynamic) واحتمالياً (Probabilistic) (أي أن الطلب يتبع احد التوزيعات الاحتمالية) والتي تمثل حالة الطلب الحقيقية والواقعية في الحياة العملية، إذ انه من المستحيل أن يكون الطلب ثابتاً ومحدداً مع مرور الزمن [1].

كما ونلاحظ أن هناك كثيراً من الباحثين درسوا في مجال السيطرة على الخزين ومنهم الباحث Lo M. إذ تناول دراسة أنموذج خزين مراجعة مستمرة وعداً أن حد كلفة العجز هو عبارة عن مزيج من الطلبات المتأخرة والمبيعات المفقودة. إذ عالج مسألة خصم سعر الطلب المتأخر واستنتج أنه بزيادة الحد الأعلى لنسبة الطلبات المتأخرة فإن الطلبات المتأخرة ومخزون الأمان والكلفة الكلية الصغرى المتوقعة تتناقص [6].

كما وقام كل من Banerjee S. & Roy T.K بدراسة أنموذج خزين احتمالي متعدد العناصر مقيد. وافترضوا أن كل دفعة تحتوي على عدد من المواد المعيوبية التي تتبع توزيع Binomial Distribution. واستخدما تقنية المنطق المضرب في تحليل الأنموذج [4].

أيضاً طبق كل من Geetharamani. G وآخرون تقنية البرمجة الحركية المضببة لتحليل نظام الخزين العرضة للتلف مع دالة تحويل هشة. حيث اعتبروا كل من دالة الهدف والقيود مجاميع مضببة كما وأن الطلبات المتأخرة غير مسموح بها ووجدوا الحل الأمثل باستخدام طريقة البرمجة الحركية المضببة حيث وجدوا الحل المثالي لكل حالة ($\alpha=0.75$, $\alpha=0.25$, $\alpha=0.5$) [5].

2- فرضيات الأنموذج: Assumptions of The Model

إن فرضيات الأنموذج التي تم بناؤها في هذا البحث تكون موضحة على النحو الآتي:

- 1- الطلب (demand) متغير عشوائي (احتمالي) وهو متغير من فترة إلى أخرى مع دالة كثافة احتمالية معلومة.

- 2- العجز غير مسموح به بحيث لا يمكن أن يكون النظام نافذاً من الخزين.

- 3- كلفة الشراء متغيرة تعتمد على حجم الطلبية.

- 4- فترة التوريد مساوية للصفر.

- 5- أفق التخطيط محدود.

- 6- فترات التعويض ثابتة في بداية أفق التخطيط.

- 7- يتم مراجعة المخزون بشكل دوري (Periodic Review) [5].

3- رموز الأنموذج: Notations of The Model

إن رموز الأنموذج التي تم استخدامها في الفترة t بحيث أن $t=1, 2, \dots, N$ وهي موضحة بالشكل

الآتي [2]:

- (N): عدد الفترات في أفق التخطيط.
- (d_t): كمية الطلب في الفترة (t).
- (x_t): متغير عشوائي يمثل عدد الوحدات التي تكون منتجة في الفترة (t).
- (T): وقت الأفق.
- (I_t): مستوى الخزين في نهاية الفترة (t).
- (I_0): الخزين المتوفر في بداية الفترة الأولى (مستوى الخزين الابتدائي).
- (v): كلفة الشراء للمادة.
- (a): كلفة إعداد الطلبية.
- (L): فترة توريد الطلبية.
- (α): كلفة الطلبات المتأخرة (Backorders).
- (h): كلفة الاحتفاظ بالخزين.
- (c): ثابت معامل التباين.
- (GD(t)): دالة التوزيع الاحتمالي المتراكم.
- ($G^{-1}D(t)$): معكوس دالة التوزيع الاحتمالي المتراكم.
- ($E[TC]$): الكلفة الكلية المتوقعة.
- ($E[I_t]$): توقع مستوى الخزين.
- ($\text{Min } E[TC]$): الكلفة الكلية المتوقعة الصغرى.
- (R_t): مستوى الخزين المفتوح في الفترة (t) (opening inventory level).
- ($E(R_t)$): توقع مستوى الخزين المفتوح في الفترة (t).

4- تحليل الأنموذج الرياضي باستخدام أسلوب البرمجة الحركية الاحتمالية:

يفترض هذا الأنموذج أن الطلب متغير عشوائي (احتمالي) وهو متغير من فترة إلى أخرى مع دالة كثافة احتمالية معلومة، وكلفة الشراء متغيرة تعتمد على حجم الطلبية، والعجز غير مسموح به بحيث لا يمكن أن يكون النظام نافذاً من الخزين لذا فإن كلفة العجز غير موجودة في الأنموذج يتكون الأنموذج من ثلاثة حدود الأول هو حد كلفة إعداد الطلبية (a) في الفترة (t) إذ أن $t=1, 2, \dots, N$ والثاني هو حد كلفة الاحتفاظ بالخزين في الفترة (t) وأما الحد الثالث فهو الحد الذي يمثل عدد الوحدات التي تكون منتجة في الفترة (t).

وبذلك فإن الكلفة الكلية المتوقعة للفترات في أفق التخطيط تكون على النحو الآتي [3].

$$\sum_{t=1}^T \{a\delta(x_t) + hI_t + vx_t\} \text{ Objective function minimize TRC=}$$

وبما أن:

$$vx_t = vE(R_t) - vE(I_{t-1})$$

لذا يمكن إعادة صياغة دالة الهدف بالشكل الآتي:

$$TRC = \sum_{t=1}^T \{a\delta(x_t) + hI_t + vE(R_t) - vE(I_{t-1})\}$$

subject to:

$$E[I_t] = E[R_t] - E[d_t]$$

$$E[R_t] \geq E[I_{t-1}]$$

$$E[R_t] - E[I_{t-1}] \leq M\delta_t$$

إذ أن M عدد كبير موجب

$$E[I_t] \geq \sum_{j=1}^t (G_{d_{t-j+1}+d_{t-j+2}+\dots+d_t}^{-1}(\alpha) - \sum_{k=t-j+1}^t E[d_k])P_{ij}$$

$$\sum_{j=1}^t P_{ij} = 1, \quad t=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, t$$

$$E[I_t], E[R_t] \geq 0$$

$$\delta_t, P_{ij} \in \{0,1\}$$

$$\delta(x_t) = \begin{cases} 0 & x_t = 0 \\ 1 & x_t > 0 \end{cases}$$

أي أنه في حالة إصدار الطلبية في الفترة t فإنه سيكون لدينا تكاليف ناتجة عن إعداد واستلام الطلبية لذلك فإن قيمة $\delta(x_t) = 1$ ، وعند عدم إصدار الطلبية في الفترة t فإن قيمة $\delta(x_t) = 0$.

ويلاحظ أن في حالة اعتبار قيمة (v) كلفة الشراء مساوية للصفر فإن معادلة دالة الهدف ستتضمن كلفة إعداد الطلبية وكلفة الاحتفاظ بالخير فقط [3].

ويتم تحليل الأنموذج الرياضي عن طريق استخدام البرمجة الحركية الاحتمالية إذ قام الباحثان (Bookbinder and Tan)^[8] بجمع ستراتيغيتين هما ستراتيجية عدم التأكدية الساكنة (static uncertainty) وستراتيجية عدم التأكدية الحركية (dynamic uncertainty) وحل الستراتيجية بخطوتين وذلك باستخدام خوارزمية حدسية سميت بخوارزمية عدم التأكدية الساكنة _ الحركية (static_dynamic uncertainty).

تضمنت الخطوة الأولى لهذه الستراتيجية تثبيت أزمنة تعويض الطلبية باستخدام أنموذج عدم التأكدية الساكن (static uncertainty) حيث بينا التشابه بين الأنموذج المحدد وأنموذج عدم التأكدية الساكن وأن فترات التعويض المثالية تحدد بالاستعانة بخوارزمية (Wagner and Whitin).

أما الخطوة الثانية تضمنت حساب التعديل على الطلبيات عندما يكون الطلب متحققاً في أفق التخطيط وأن هذه التعديلات يعبر عنها (كدالة هامشية) تضاف إلى معدل الطلب المستلم عند كل الفترات.

حيث تم إيجاد القيم باستخدام الخوارزمية الحدسية لـ (Bookbinder and Tan) بالاعتماد على المعادلة الآتية:

$$G^{-1}_{dt-j+1+dt-j+2+\dots+dt}(\alpha) = \sum_{k=t-j+1}^t E[d_k] + Z_{0.95} C \left(\sum_{k=t-j+1}^t E^2[d_k] \right)^{1/2}$$

إذ أن:

G^{-1} : هي دالة احتمال التراكمي للطلب.

d_k : الطلب في الفترة k.

C: معامل التباين

ويتم ترتيبها في الجدول حسب الصيغة الخلفية للبرمجة الحركية.

أما تحديد السياسة المثلى للفترة t فيتم من خلال الأخذ بنظر الاعتبار حجم الطلبية في كل فترة من الفترات السابقة g وحتى الفترة t بما في ذلك حجم الطلبية في الفترة t إذ أن $1 \leq g \leq t$ ، وباستخدام الصياغة الأمامية للبرمجة الحركية فإنه يمكن التعبير عن هذه السياسة بالشكل الآتي [7].

$$Z_t(I_t) = \min Y_t(g)$$

وبما أن مستوى الخزين يبدأ دائماً من الصفر لذلك فإن المعادلة أعلاه يمكن أن تكتب بالشكل الآتي:

$$Z_t(0) = \min Y_t(g) \quad , \quad g = 1, 2, \dots, t$$

$$Y_t(g) = a_g + \sum_{j=g}^{t-1} \left[h_j \sum_{i=j+1}^t d_i \right] + Z_{g-1}(0)$$

حيث أن:

$Y_t(g)$: هي الكلفة للفترة من 1 إلى t على افتراض أن مستوى الخزين في نهاية الفترة t يساوي صفر.

$Z_t(0)$: هي الكلفة الكلية الصغرى للفترة من 1 إلى t حيث أن $t = 1, 2, \dots, N$.

وبعد إيجاد جميع القيم $Y_t(g)$ وترتيبها في الجدول يتم أخذ أصغر قيمة من كل عمود من أعمدة الجدول واعتبارها Z_t وبعد ذلك يتم تحديد فترات التعويض المثالية بالرجوع إلى الجدول الذي تم إيجاده باستخدام الخوارزمية الحدية لـ (Bookbinder and Tan) حيث يتم اختيار الفترات المثالية للتعويض واختيار أعلى مستوى للطلبية والتي يتم فيها الإنتاج للإيفاء بالطلبية حتى فترة التعويض التي تليها [8].

5- خوارزمية wagner and whitin

والخطوات التالية توضح الخوارزمية بالتفصيل والشكل (2) يوضح المخطط الانسيابي لخوارزمية

wagner and whitin

الخطوة (1): إدخال القيم a_t, h_t, d_t .

الخطوة (2): عداد الفترات $t=1$ حيث أن $t=1, 2, \dots, N$.

الخطوة (3): عداد المراحل $g=1$ حيث أن $g=1, 2, \dots, t$.

الخطوة (4): جعل $Z_0(0)=0$.

الخطوة (5): إيجاد الكلفة الكلية $Y_t(g)$ للفترة من 1 إلى t من المعادلة التالية:

$$Y_t(g) = a_g + \sum_{j=g}^{t-1} \left[h_j \sum_{i=j+1}^t d_i \right] + Z_{g-1}(0)$$

الخطوة (6): تحديث عداد المراحل $g=g+1$.

الخطوة (7): إيجاد الكلفة الكلية الصغرى $Z_t(0)$ للفترة من 1 إلى t باستخدام المعادلة التالية:

$$Z_t(0) = \min Y_t(g)$$

الخطوة (8): تحديث عداد الفترات $t=t+1$.

الخطوة (9): إذا كانت $t=N$ فإن $Z_t(0)$ تمثل الكلفة الكلية الصغرى لجميع الفترات في أفق التخطيط.

الشكل (2). المخطط الانسيابي لخوارزمية wagner and whitin

6- خوارزمية حل الأنموذج الحركي الاحتمالي:

والخطوات التالية توضح الخوارزمية بالتفصيل والشكل (1) يوضح المخطط الانسيابي لخوارزمية الأنموذج

الحركي الاحتمالي:

الخطوة الأولى: إدخال قيم ($v, Z(\alpha), \alpha, a, C, h$).

الخطوة الثانية: إدخال قيم $d(t)$ حيث أن $t=1,2,\dots,N$.

الخطوة الثالثة: عداد الفترات $t=1$ حيث أن $t=1,2,\dots,N$.

الخطوة الرابعة: عداد المراحل $j=1$ حيث أن $j=1,2,\dots,t$.

الخطوة الخامسة: إيجاد دالة الكثافة الاحتمالية المعكوسة للطلب من المعادلة الآتية:

$$G^{-1}_{dt-j+1+dt-j+2+\dots+dt}(\alpha) = \sum_{k=t-j+1}^t E[d_k] + Z_{0.95} C \left(\sum_{k=t-j+1}^t E^2[d_k] \right)^{1/2}$$

الخطوة السادسة: إيجاد فترات التعويض المثالية بالاعتماد على خوارزمية (wagner and whitin) حيث أن

الحد الأعلى لمستوى الطلبية يمثل الفترات التي سوف يتم التعويض فيها.

الخطوة السابعة: إيجاد مستوى الخزين المفتوح (opening inventory level) من خلال المعادلة التالية:

$$E(I_t) = E(R_t) - E(d_t)$$

الخطوة الثامنة: إيجاد القيمة المتوقعة لحجم الطلبية الكلي من المعادلة الآتية:

$$X_t = \sum_{i=1}^N E[R_i] - E[I_{t-1}]$$

الخطوة التاسعة: إيجاد القيمة المتوقعة للتكلفة الكلية (Total cost) من المعادلة الآتية:

$$\min E[TC] = \sum_{t=1}^N \{a\delta_t + hE[I_t] + E[R_t] + E[I_{t-1}]\}$$

الشكل (1). المخطط الانسيابي للخوارزمية الأنموذج الحركي الاحتمالي

7- الجانب التطبيقي

تم تطبيق أنموذج الخزين الحركي الاحتمالي على بيانات أخذت من مصنع الحدباء للمشروبات الغازية حيث أخذنا الطلب على مشروب السفن للفترة من 2011/1/21 ولغاية 2011/3/31 كما وتم اختبار البيانات قبل البدء بتطبيق أنموذج الخزين الحركي الاحتمالي وإيجاد القيم المثالية لحجم الطلبية ومستوى الخزين الملائم فتم تحليل بيانات الطلب على مشروب السفن لمعرفة التوزيع الاحتمالي الذي تتبعه. ولهذا الغرض تم استخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov للتوزيع الطبيعي والاستعانة بالبرنامج Minitab لإجراء الاختبار والبيانات موضحة بالجدول الآتي:

الطلب على مشروب السفن
511
485
1000
165
285
3251
150
501
700

1200
400
500
700
900
1200
755
500
1600
20
60
50
25
50
70
51
33
35
3251
2001
1500
700
300
100
700

1. وضع الفرضية التي سيتم اختبارها

H_0 : الطلب على مشروب السفن يتبع التوزيع الطبيعي.

H_1 : الطلب على مشروب السفن لا يتبع التوزيع الطبيعي.

2. حساب الاحتمال التراكمي للبيانات Cumulative Probability على افتراض أنها تتبع التوزيع الطبيعي.

3. استخدام اختبار Kolmogorov-Smirnov لاختبار الفرضية السابقة إذ يرسم الطلب اليومي للمادة مقابل

الاحتمال التراكمي لكل قيمة ويتم مقارنة قيمة P مع مستوى المعنوية α وأظهرت النتائج قبول فرضية العدم

أي أن الطلب على مشروب السفن يتبع التوزيع الطبيعي بمعدل 698.2 وتباين 821.1. والشكل الآتي

يوضح نتائج هذا الاختبار

الشكل (3). اختبار Kolmogorov-Smirnov لحسن مطابقة التوزيع الطبيعي لمشروب السفن

وبعد تطبيق خوارزمية الأنموذج الحركي الاحتمالي على بيانات الطلب أعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (Matlab) فقد تم الحصول على النتائج الموضحة في الجدول (1).

جدول رقم (1). يوضح نتائج تطبيق خوارزمية النموذج الحركي الاحتمالي

ج	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0.1909	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.1812	0.2923	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.3736	0.4526	0.5342	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0.0583	0.3925	0.4711	0.552	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0.1065	0.1330	0.4318	0.509	0.5900	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1.2145	1.2464	1.2630	1.403	1.4618	1.5232	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0.0560	1.2304	1.2623	1.322	1.4198	1.4777	1.539	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0.1872	0.2082	1.2910	1.381	1.3395	1.4799	1.537	1.5990	0	0	0	0	0	0	0
9	0.2615	0.3556	0.3741	0.661	1.4129	1.4295	1.569	1.6267	1.6878	0	0	0	0	0	0
10	0.4483	0.5701	0.6441	0.698	1.5579	1.5895	1.606	1.7434	1.8005	1.8611	0	0	0	0	0
11	0.1494	0.5060	0.6255	0.698	0.7157	1.6040	1.635	1.6521	1.7893	1.8464	1.9069	0	0	0	0
12	0.1868	0.2652	0.5821	0.698	0.7705	0.7874	1.663	1.6950	1.7115	1.8484	1.9054	1.9658	0	0	0
13	0.2615	0.3553	0.4195	0.607	0.8102	0.8803	0.897	1.7518	1.7833	1.7998	1.9360	1.9928	2.0531	0	0
14	0.3362	0.4719	0.5506	0.803	0.8555	0.9619	1.029	1.0463	1.8713	1.9027	1.9192	2.0544	2.1110	2.1711	0
15	0.4483	0.6204	0.7328	0.853	0.85550	1.0761	1.176	1.2418	1.2581	2.0418	2.0731	2.0896	2.2232	2.2795	2.3391
16	0.2820	0.5834	0.7449	0.814	0.9217	0.9732	1.186	1.2858	1.3502	1.3664	2.1367	2.1679	2.1844	2.3174	2.3736
17	0.1868	0.3732	0.6568	1.006	0.9217	0.9895	1.040	1.2518	1.3500	1.4141	1.4303	2.1951	2.2263	2.2427	2.3756
18	0.5977	0.6686	0.7885	0.790	1.1446	1.2423	1.306	1.3546	1.5478	1.6412	1.7030	1.7191	2.4376	2.4687	2.4850
19	0.0075	0.5998	0.6706	0.676	1.0081	1.1466	1.244	1.3080	1.3566	1.5498	1.6432	1.7051	1.7211	2.4396	2.4707
20	0.0224	0.0253	0.6061	0.611	0.7968	1.0144	1.152	1.2505	1.3142	1.3628	1.5560	1.6494	1.7112	1.7273	2.4458
21	0.0187	0.0324	0.0351	0.038	0.6821	0.8019	1.019	1.1580	1.2556	1.3193	1.3679	1.5611	1.6545	1.7163	1.7324
22	0.0093	0.0228	0.0359	0.040	0.6138	0.6847	0.804	1.0221	1.1605	1.2582	1.3219	1.3705	1.5637	1.6571	1.7189
23	0.0187	0.0228	0.0330	0.047	0.0473	0.6190	0.689	0.8097	1.0272	1.1657	1.2633	1.3270	1.3756	1.5688	1.6622
24	0.0262	0.0355	0.0390	0.047	0.0580	0.0605	0.626	0.6973	0.8170	1.0345	1.1730	1.02706	1.3343	1.3829	1.5760
25	0.0191	0.0358	0.0445	0.049	0.0559	0.0660	0.068	0.6318	0.7026	0.8223	1.0398	1.01782	1.2758	1.3395	1.3881
26	0.0123	0.0250	0.0408	0.046	0.0525	0.0605	0.070	0.0728	0.6352	0.7060	0.8257	1.0432	1.1816	1.2792	1.3429

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
27	0.04131	0.0200	0.0311	1.226	0.0543	0.0575	1.241	0.0751	0.0775	0.6388	0.7096	0.8293	1.0467	1.1851	1.2828
28	1.2145	1.2180	1.2214	1.576	1.2338	1.2389	1.593	1.2465	1.2527	1.2547	1.5165	1.5759	1.6725	1.8439	1.9617
29	0.7475	1.5696	1.5731	1.800	1.5816	1.5888	1.816	1.5965	1.6015	1.6076	1.6096	1.8576	1.9158	2.0099	2.1755
30	0.5604	1.0343	1.7973	1.8835	1.8042	1.8093	1.895	1.8216	1.8241	1.8282	1.8353	1.8373	2.0796	2.1374	2.2303
31	0.2615	0.6728	1.1305	1.165	1.8870	1.8904	1.923	1.9027	1.9078	1.9103	1.9154	1.9215	1.9235	2.1648	2.2224
32	0.1121	0.3083	0.7102	0.721	1.9165	1.9200	1.930	1.9285	1.9357	1.9408	1.9433	1.9484	1.9545	1.9565	2.1975
33	0.0374	0.1265	0.3201	0.464	1.1758	1.9268	1.9303	1.9337	1.9389	1.9460	1.9511	1.9536	1.9587	1.9648	1.9668
34	0.2615	0.2734	0.3201	0.464	0.8292	1.2710	2.0127	2.0163	2.0196	2.0248	2.0320	2.0370	2.0396	2.0446	2.0508

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	2.4331	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	2.4317	2.4911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	2.6157	2.6713	2.7302	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	2.4870	2.6177	2.6733	2.7322	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	2.4768	2.4931	2.6238	2.679	2.7383	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	2.4508	2.4819	2.4982	2.689	2.6845	2.7434	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1.7349	2.4534	2.4844	2.500	2.6314	2.6870	2.745	0	0	0	0	0	0	0
24	1.7240	1.7400	2.4584	2.489	2.5058	2.6365	2.692	2.7510	0	0	0	0	0	0
25	1.6694	1.7312	1.7472	2.465	2.4966	2.5130	2.643	2.6992	0	0	0	0	0	0
26	1.5813	1.6746	1.7364	1.752	2.4708	2.5018	2.518	2.6488	2.7044	2.7633	0	0	0	0

j \ i	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
27	1.3915	1.5846	1.5882	1.739	1.7558	2.4741	2.505	2.5215	2.6521	2.7077	2.7667	0	0	0	0
28	1.3464	1.3950	2.1519	1.681	1.7433	1.7594	2.477	2.5087	2.5250	2.6557	2.7113	2.7702	0	0	0
29	2.0483	2.1066	2.4326	2.318	2.4040	2.4619	2.477	3.0959	3.1264	3.1426	3.2674	3.3217	3.3792	0	0
30	2.2903	2.3752	2.5910	2.477	2.6396	2.7236	2.780	2.7965	3.3930	3.4234	3.4396	3.5629	3.6168	3.6739	0
31	2.3934	2.5070	2.5910	2.648	2.6927	2.8528	2.936	2.9931	3.0087	3.5950	3.6254	3.6415	3.7641	3.8179	3.8748
32	2.3152	2.4777	2.5103	2.675	2.7320	2.7765	2.936	3.0195	3.0763	3.0919	3.6761	3.7065	3.7226	3.8450	3.8988
33	2.2551	2.3479	2.3582	2.623	2.7075	2.7645	2.809	2.9687	3.0519	3.1087	3.1243	3.7082	3.7385	3.7547	3.8771
34	2.2078	2.2654	2.3503	2.520	2.6339	2.7178	2.774	2.8193	2.9789	3.0622	3.1190	3.1346	3.7184	3.7487	3.7649

j \ i	31	32	33	34
27	0	0	0	0
28	0	0	0	0
29	0	0	0	0
30	0	0	0	0
31	0	0	0	0
32	3.9557	0	0	0
33	3.9308	3.9877	0	0
34	3.8873	3.9410	3.9979	0
35	3.845	3.9681	4.0218	4.078

j \ i	31	32	33	34
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0
6	0	0	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0
11	0	0	0	0
12	0	0	0	0
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0
15	0	0	0	0
16	0	0	0	0
17	0	0	0	0
18	0	0	0	0
19	0	0	0	0
20	0	0	0	0
21	0	0	0	0
22	0	0	0	0
23	0	0	0	0
24	0	0	0	0
25	0	0	0	0
26	0	0	0	0

ونلاحظ من خلال الاستعانة بخوارزمية (wagner and whitin) والرجوع إلى خوارزمية الأنموذج الحركي الاحتمالي بأن فترات التعويض المثالية هي (1، 10، 28)، وكما مبينة القيم بالجدول رقم (1) وهي بالفترة الأولى كانت (1.6878) وبالفترة العاشرة كانت (1.883) وبالفترة الثامنة والعشرين (1.5882)، وأن الكلفة الكلية عند حدها الأدنى هي (883.487) أما حجم الطلبية الأمثل فيتم إيجاده باستخدام المعادلة الآتية:

$$\begin{aligned}
 X_t &= \sum_{i=1}^N (E(R_i) - E(I_{t-1})) \\
 &= (16878-0) + (15882-8639) + (18835-7982) \\
 &= 34974
 \end{aligned}$$

والذي يمثل حجم الطلبية الأمثل.

الاستنتاجات:

من خلال دراستنا لنماذج الخزين الحركية الاحتمالية والنتائج التي تم التوصل إليها في هذا البحث نستنتج ما يأتي:

- 1- من خلال الخوارزمية الثانية (خوارزمية wagner and whitin) تم تحديد الفترات التعويض المثالية (28، 10، 1) من بين (35) فترة.
- 2- من خلال تطبيق الخوارزمية الأولى (خوارزمية حل الأنموذج الحركي الاحتمالي) تم إيجاد حجم الطلبية الأمثل والذي يساوي (34974) وكذلك تم إيجاد الكلفة الكلية المتوقعة عند حدها الأدنى والتي تساوي (883.487) دينار.

المصادر

- [1] بقجة جي، صباح الدين وآخرون، (1998). "بحوث العمليات"، المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر، دمشق.
- [2] Baker K.R., Dixon P., Magazine M.J., & Silver E.A., (1978). "An Algorithm for the Dynamic Lot-Size Problem with Time-Varying Production Capacity Constraint", Institute for Operations Research and the Management Sciences, Vol. 24, No. 16, PP. 1710-1720.
- [3] Bookbinder J.H., & Tan J., (1988). "Strategies for the Probabilistic Lot-Sizing Problem with Service-Level Constraints", Institute for Operations Research and the Management Sciences, Vol. 34.
- [4] Banerjee S., & Roy T.K., (2010). "Probabilistic Inventory Model with Fuzzy Cost Components and Fuzzy Random Variable", International Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 5, No. 4, PP. 501-514.
- [5] Gagula S., & Can M., (2012). "Inventory Control Using Fuzzy Dynamic Programming", Europe Journal Of Soft Computing, Vol. 1, No.1.
- [6] Lo M., (2009). "Economic Ordering Quantity Model with Lead Time Reduction and Backorder Price Discount for Stochastic Demand", American Journal of Applied Sciences, Vol. 6, No. 3, PP. 387-392.
- [7] Potamianos J., Orman A.J. & Shahani A.K., (1997). "Modelling for a dynamic inventory-production control system", European Journal of Operational Research, vol 96, pp.645_658.
- [8] Tarim, S.A, & Kingsman, B.G., (2003). "The stochastic dynamic production\ inventory lot-sizing problem with service-level constraints", Management Science, vol.24, No.16, pp.1710_1720.